

Разработчик Жигалко К.Е,
учитель математики.

Доклад на муниципальную ассоциацию учителей математики
городского округа Сухой Лог, 2021 год

Математические упражнения, активизирующие мыслительную деятельность учащихся

по теме: «Квадратные уравнения»

ВИДЫ УПРАЖНЕНИЙ:

1. Упражнения по формированию понятий;
2. Задачи на доказательство;
3. Исследование алгоритма выражений, функций, уравнений;
4. Составление упражнений;
5. Нахождение неизвестных членов равенства.

Методические рекомендации по использованию заданий

Каждая работа состоит из пяти заданий, связанных между собой тематически.

Задание диктуется медленно и четко, затем делается пауза, в течение которой учащиеся выполняют задание.

Повторять текст несколько раз не следует, так как многократное повторение порождает не внимательность.

Задания с числовыми данными необходимо предлагать учащимся одновременно с записью на доске.

Затем учащиеся должны содержать все вычисления и преобразования, которые они не могут выполнить в уме. Разрешается пользоваться черновиками.

После диктанта проводится коллективная проверка, осуждение как выполнили, и как следовало бы выполнить задание, исправляются дополнительные ошибки, даются разъяснения.

Экспресс-диктант проводится по всем правилам обычного математического диктанта, но ответы учащиеся пишут в двух экземплярах, один из которых - контрольный сдается преподавателю, а другой (записанный под копирку) - рабочий остается учащемуся. По рабочему экземпляру диктант проверяется фронтально, а затем учащиеся сами себе ставят оценку за правильность выполнения работы:

- «5» за 5 верных ответов;
- «4» за 4 верных ответов;
- «3» за 3 верных ответов.

Система упражнений может быть использована и для проведения самостоятельных работ разного рода, направленных на подготовку восприятия новой темы, закреплению знаний, повторению ранее изученных разделов.

Задания для самостоятельной работы даются на 10-20 мин., чтобы тут же на уроке проверить результаты, выяснить трудности, дать необходимые разъяснения.

А также в процессе индивидуальной проверки знаний, в качестве дополнительных вопросов классной контрольной работы, как часть домашнего задания.

Центральное место отводится, не требующим громоздких вычислений или преобразований, чтобы сложные выкладки не отвлекали внимания учащихся от теоретических положений которые лежат в их основе. Например:

Неполные квадратные уравнения:

1. Составить квадратное уравнение, у которого:
 - 1) один из корней равен нулю;
 - 2) каждый корень равен нулю;
 - 3) корни - противоположные числа.
2. Найти «ш», при которых один из корней уравнения $3x^2+5x+ш^2-4=0$ равен нулю;
3. Составить неполное квадратное уравнение, не имеющее корней

Полное квадратное уравнение:

1. Составить полное неприведенное квадратное уравнение, которое:
 - 1) имеет неравные корни;
 - 2) имеет равные корни;
 - 3) корней не имеет.
2. Найти те «т», при которых уравнение $4x^2-12x+t=0$ имеет равные корни;
3. Не вычисляя корней уравнения $x^2+x-56=0$, , составить уравнение, корни которого противоположны корням данного уравнения.

Теорема Виета:

1. Составить квадратное уравнение, если:
 - 1) сумма корней «11», а произведение «-60»;
 - 2) сумма корней равна нулю, а произведение не равно нулю;
 - 3) произведение корней равно нулю, сумма не равна нулю;
 - 4) корни противоположны числам «7» и «-9»;
 - 5) корни обратны числам « $\frac{1}{3}$ » и «-2»

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители:

1. Составить квадратный трехчлен, имеющий корни:
 - a) $x_1=-5$ и $x_2=-7$;
 - b) взаимно обратны;
2. Написать дробь:
 - 1) числитель — квадратный трехчлен; при $x=-3$ и $x=-4$ дробь образуется в нуль;
 - 2) знаменатель — квадратный трехчлен; при $x=5$ и $x=-6$ дробь не имеет смысла.

<u>Неполное квадратное уравнение</u>	<u>Полное квадратное уравнение</u>	<u>Теорема Виста</u>
<p>1) Составить квадратное уравнение, у которого:</p> <p>1) один корень равен нулю; каждый корень равен нулю;</p> <p>2) корни - противоположные числа;</p> <p>4) нет корней;</p> <p>5) корни обратные числа</p>	<p>1. Составить полное не приведённое квадратное уравнение, которое:</p> <p>1) имеет неравные корни;</p> <p>2) имеет равные корни;</p> <p>3) не имеет корней</p> <p>Найдите «ш»: при которых уравнения имеют равные корни:</p> <p>а) $25x^2 + mx + 4 = 0$;</p> <p>б) $4x^2 - 12x + m = 0$;</p>	<p>1. Составить квадратное уравнение, если:</p> <p>1) сумма корней 11, а произведение -60;</p> <p>2) сумма корней равно нулю, а произведение не равно нулю; корни равна нулю, а произведение не равно нулю;</p> <p>3) произведение корней равно нулю, сумма не равна нулю;</p> <p>4) корни противоположны числам 7 и -9;</p> <p>5) корни обратны числам $\frac{1}{3}$ и -2.</p>
<p>1. Составить квадратное уравнение, корнями которого являются числа;</p> <p>а) $\frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{3}$; б) $\frac{3a}{5}$ и 0;</p> <p>2. Найти значения «с», если $x_1 = -\frac{b}{a}$ из уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$;</p> <p>3. Найти корни:</p> <p>а) $ax^2 + bx = 0$;</p> <p>б) $ax^2 + c = 0$.</p>	<p>1. При каких «х» выражения: $\frac{-7}{6x-x-x^2}$ и $\frac{5-x}{x^2-2x-3}$ имеют смысл.</p> <p>2. При каких «а» уравнение $x + \frac{1}{x} = a$; имеет действительные корни;</p> <p>3. Составить квадратное уравнение с рациональными коэффициентами, один из корней которого равен:</p> <p>а) $2 + \sqrt{3}$; б) $5 - \sqrt{7}$</p>	<p>1. Составить квадратное уравнение, корнями которого:</p> <p>1) положительны;</p> <p>2) имеют разные знаки;</p> <p>3) противоположны корням уравнения $x^2 - x - 6 = 0$;</p> <p>4) обратны корням $x^2 - 6x + 8 = 0$;</p> <p>5) на 2 больше корней уравнения $x^2 - 8x - 20 = 0$.</p>
<p>1. При каких «т» корни уравнения:</p> <p>а) $x^2 + m^2(x-1) - x = 0$, являются противоположными числами;</p> <p>б) один корень уравнения $10x^2 + 4x + m^2 - 3m + 2 = 0$, равен нулю.</p> <p>2. Составить квадратное уравнение если $x_1 = 3k$, $x_2 = 0$</p>	<p>1. Доказать:</p> <p>1) корни $x^2 + bx - ac = 0$, равны корням $x^2 + bx + c = 0$ уменьшенным на «а»</p> <p>2) если, $a + b + c = 0$, то один корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равен «1», а другой «$\frac{c}{a}$».</p> <p>2. Вывести формулу: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$</p>	<p>1. Составить квадратное уравнение, корнями которого:</p> <p>1) положительны;</p> <p>2) отрицательны;</p> <p>3) имеют разные знаки.</p> <p>2. Найти «b» и «с» в уравнении: $3x^2 + bx + c = 0$, если $x_1 = x_2 = 1$;</p> <p>3. Не решая уравнения найти суму и произведение корней:</p> <p>а) $3x^2 = 7$ б) $7x^2 + 5x = 0$.</p>

Знаменательные упражнения на сообразительность

№ 1.

$$\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+1}$$

$$x = -1;$$

$$x = -2;$$

$$x = -3;$$

$$x = -4; \text{Решение } \frac{x+3-x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{x+1-x-4}{(x+4)(x+1)} \text{ или}$$

$$(x+4)(x+1) = -3(x+2)(x+3)$$

(дальнейшее ясно)

№2.

Если квадратное уравнение имеет дробный коэффициент, то обычно, все члены уравнения умножают на знаменатель

дроби. Но это не всегда целесообразно:

$\frac{1}{4}x - 17x + 64 = 0$ лучше решать, преобразуя в приведенное:

$$x_{1,2} = \frac{17 + \sqrt{289 - 64}}{0,5}; \quad x_1 = 64; \quad x_2 = 4.$$

№3.

Корни уравнения $x^2 + bx + ac = 0$ равны корням уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, уменьшенным на «а».

Это свойство дает возможность решать устно некоторые не приведенные квадратные уравнения:

1) $2x^2 - 9x + 9 = 0$

$x^2 - 9x + 18 = 0$, $x_1 = 6$, $x_2 = 3$ корни одного $X_1 = 3$, $x_2 = 1,5$

2) $3x^2 + 11x + 6 = 0$

$x^2 + 11x + 18 = 0$, по т. Виета $x_1 = -2$, $x_2 = -9$ корни данного $x_1 = -2/3$, $x_2 = -3$

№4.

Если $a+c = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$

Применяя это свойство, решим уравнение:

1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$

В этом уравнении $5-7+2=0$, поэтому $x_1=1$, $x_2 = 2/5$

2) $.6x^2 + 11x - 17 = 0$; $.6+11-17=0$ поэтому $X_1 = 1$, $x_2 = -17/6$

3) $(a^2+b^2)x + 2abx - (a+b)^2 = 0$ $x_1=1$, $x_2 = -\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$

4) $.3abx^2 - (a^2+ab+b^2)x + (a-b)^2 = 0$ $x_1=1$, $x_2 = \frac{(a+b)^2}{3ab}$

№ 5.

Если $a-b+c=0$, то $x_1=1$, $x_2=-c/a$

Применяя это свойство, решим уравнение

1) $11x^2+17x+6=0$

В этом уравнении $11-17+6=0$, то $x_1=1$, $x_2=-6/11$

2) $2abx^2+(a+b)^2x+a^2+b^2=0$

$x_1=1$, $x_2=-\frac{a^2+b^2}{2ab}$

Устные контрольные работы

Карточка №16

(количество карточек равно количеству учащихся в классе)

1) $x^2-8x+15=0$

ответы: 1) $x_1=3$, $x_2=5$

2) $x^2+8x+15=0$

2) $x_1=-3$, $x_2=-5$

3) $15x^2-8x+1=0$

3) $x_1=-1/3$, $x_2=-1/5$

4) $625x^2-144=0$

4) $x_{1,2}=\pm 12/25$

5) $144x^2-12x=0$

5) $x_1=0$, $x_2=1/12$

Карточка №5

(всего 8 вариантов для более сильных учащихся)

Решить уравнения:

1) $x^2-3,4x=0$

ответы: 1) $x_1=0$, $x_2=3,4$

2) $(x-6)(3,5-x)=0$

2) $x_1=6$, $x_2=3,5$

3) $10x^2+x=3$

3) $x_1=1$, $x_2=-1,2$

4) $(x+4)^2=94$

4) $x_1=-7$, $x_2=-1$

5) составить квадратное уравнение, $5)x^2-2x-63=0$

корни, которого противоположны 7 и -9

Для сильных учеников:

№6133 (по Сканави)

Не решая квадратного уравнения:

$3x^2-5x-2=0$, найти сумму кубов его корней

Ответ к №6133:

Решение: воспользуемся формулой $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)$;

так как по теореме Виета $\begin{cases} x_1+x_2=5/3 \\ x_1*x_2=-2/3 \end{cases}$ подставим в формулу

получаем:

$$x_1^3 + x_2^3 = \left(\frac{5}{3}\right)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{3}\right);$$

$$\text{Ответ: } x_1^3 + x_2^3 = 215 / 27$$

Уравнения, приводимые к квадратным

1) $x^4 - \frac{50}{2x^4 - 7} = 14$ пусть $z = 2x^4 - 7$, тогда $z^4 = \frac{z+7}{2}$

2) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$ пусть $z = \frac{x^2+1}{x}$, тогда $z + 1/z = 2,9$

3) $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = 2,5$ пусть: $z + 1/z = 2,5$

4) $\frac{24}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$ пусть: $y = x^2 - 2$

5) $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$ пусть: $x^2 + 2x = y$

$$\frac{y+1}{y+2} + \frac{y+2}{y+3} = \frac{7}{6}$$

6) $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1$

$$\frac{6}{x^2+3x+2} + \frac{8}{x^2+3x-4} = 1 \quad \text{пусть: } x^2+3x = y$$

Учитель математики КВТ / Мищенко Н.С.